

KINEMATYKA PUNKTU MATERIALNEGO

1. Kajakarz płynie z prądem rzeki z przystani A do przystani B w czasie $t_1 = 3$ godziny, a z B do A w czasie $t_2 = 6$ godzin. Ile czasu potrzeba, aby kajakarz spłynął z prądem rzeki z A do B bez wiosłowania?
2. Prędkość własna łódki wynosi v_1 , a prędkość nurtu rzeki o szerokości d i równoległych brzegach wynosi v_2 . Jaki jest najkrótszy czas, w którym łódka (poruszająca się ruchem jednostajnym prostoliniowym) przepłynie w poprzek rzeki?
3. Samolot leci z miasta A do miasta B, położonego na wschód od A w odległości s . Prędkość samolotu w powietrzu wynosi v_1 . Oblicz czas przelotu: t_1 - w bezwietrzną pogodę, t_2 - gdy na całej trasie wieje południowy wiatr o prędkości v_2 .
4. Rowerzysta przejechał połowę drogi ze stałą prędkością v_1 , a drugą połowę ze stałą prędkością v_2 . Obliczyć średnią prędkość rowerzysty na całej drodze.
5. Punkt materialny porusza się wzdłuż osi x zgodnie z równaniem $x = at - bt^2$, gdzie a, b są stałymi. Znaleźć prędkość w chwili $t = t_1$ oraz średnią prędkość od momentu startu $t = 0$ do $t = t_1$.
6. Elektron przyspiesza jednostajnie w lampie katodowej od prędkości 3.0×10^4 m/s do prędkości 5.0×10^6 m/s na odcinku drogi o długości 2.0 cm. Ile czasu trwa przyspieszony ruch elektronu?
7. Cząstka porusza się ruchem prostoliniowym jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem a , następnie ruchem jednostajnym, a na koniec spowalniając z opóźnieniem a . Zatrzymuje się po czasie $t = T$. Średnia prędkość w tym czasie wynosi v_s . Jak długo cząstka poruszała się jednostajnie, jeśli jej prędkość początkowa była równa zero?
8. Z helikoptera wznoszącego się z przyspieszeniem $a = 1 \text{ m/s}^2$ na wysokości $H = 450 \text{ m}$ wypada lampa naftowa. Znaleźć szybkość końcową i czas spadku lampy na ziemię.
9. Prędkość ciała poruszającego się wzdłuż osi OX dana jest równaniem $v = (100 - 32x)^{1/2}$ [m/s]. Jakim ruchem porusza się to ciało? Jaka jest prędkość początkowa oraz przyspieszenie ciała? Ciało rozpoczęło ruch z punktu $x = 0$.
10. Punkt materialny porusza się po okręgu ze stałą szybkością v . Pokaż, że wektor przyspieszenia tego punktu jest prostopadły do jego prędkości.
11. Szyszka spadająca swobodnie z czubka sosny podczas ostatniej sekundy ruchu przebyła połowę wysokości drzewa. Jak długo i z jakiej wysokości spadała szyszka?
12. Policz po jakim czasie znajdzie się na wysokości H piłka rzucona pionowo do góry z prędkością początkową v_0 . Przedyskutuj możliwe rozwiązania.
13. Wiewiórka spada z drzewa. Gdy przebyła ona drogę d z drzewa zaczyna spadać informatyk, który zdołał wspiąć się na odległość h od wierzchołka. Wiewiórka i informatyk spadają na ziemię w tej samej chwili. Policz wysokość drzewa.
14. Ruch punktu na płaszczyźnie XY zadany jest układem równań:

$$\begin{aligned}x &= at, \\ y &= bt^2,\end{aligned}$$

gdzie a, b to zadane stałe dodatnie, a t to czas.

Znaleźć tor punktu, jego prędkość i przyspieszenie.

15. Znaleźć prędkość i przyspieszenie w ruchu opisanym równaniami:

a) $x(t) = 0.5 \cos(2\pi t)$, $y(t) = 0.5 \sin(2\pi t)$,

b) $r(t) = bt$, $\varphi(t) = c/t$, gdzie b, c są stałymi, a t jest czasem.

16. Znaleźć położenie, prędkość i tor kamienia rzuconego w polu grawitacyjnym Ziemi z prędkością początkową v_0 pod kątem θ_0 do poziomu, jeżeli jego początkowe położenie było zadane przez $x_0 = y_0 = 0$. Określić składową normalną i styczną przyspieszenia kamienia w dowolnym punkcie toru.

17. Znaleźć zasięg i maksymalną wysokość rzutu z zadania 16. Jaka wartość kąta θ_0 daje maksymalny zasięg przy ustalonej prędkości v_0 ?

18. Punkt materialny porusza się z przyspieszeniem $\mathbf{a}$. Wiedząc, że w chwili początkowej t_0 , $\mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y})$, $\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0 = (x_0, y_0)$ znaleźć prędkość i położenie punktu w chwili t , jeśli: a) $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$, $\mathbf{a} = (a_1 t, a_2 t^2)$, gdzie a_1, a_2 są stałymi.

19. Prędkość nurtu rzeki zależy od odległości h od bliższego brzegu $v = \alpha h$, $\alpha > 0$. Na listku środkiem rzeki płynie biedronka Adela, która w punkcie o współrzędnych $(0, 0)$ wskakuje do wody i płynie prostopadłe do brzegu z prędkością własną u . Znajdź: a) prędkość płynącej biedronki w chwili t , b) zależność położenia od czasu, c) tor ruchu, d) czas, po którym dopłynie do brzegu, e) punkt, w którym wylądjuje na brzegu, f) przyspieszenie w chwili t , g) przyspieszenie styczne w chwili t .

20. Z helikoptera apache wznoszącego się z przyspieszeniem a na wysokości H wystrzelono poziomo względem helikoptera rakietę z prędkością v_0 . Znajdź, gdy rakietę jest jeszcze w powietrzu: a) jej prędkość po czasie t , b) położenie po czasie t , c) tor ruchu, d) czas ruchu, e) przyspieszenie, f) przyspieszenie styczne.

21. Metalowa kulka przymocowana do końca struny jest obracana, tak że porusza się horyzontalnie po okręgu o promieniu $r = 0.30$ m. Płaszczyzna, w której odbywa się ruch znajduje się na wysokości $h = 1.2$ m nad ziemią. Struna pęka i kulka spada na ziemię w odległości $l = 2$ m od punktu na ziemi znajdującego się dokładnie pod miejscem, w którym nastąpiło zerwanie kulki ze struny. Znaleźć przyspieszenie dośrodkowe kulki w jej ruchu po okręgu.

22. Okrągła tarcza o promieniu R wiruje wokół swojej osi ze stałą prędkością kątową ω . Ze środka tarczy wyrusza biedronka i porusza się wzdłuż wybranego promienia ze stałą prędkością v_0 . Znaleźć:

a) równania ruchu i toru biedronki w nieruchomym układzie odniesienia we współrzędnych kartezjańskich i biegunowych,

b) zależność od czasu wartości wektora prędkości $\mathbf{v}$,

c) zależność od czasu wartości wektora przyspieszenia $\mathbf{a}$, jak również jego składowych: normalnej a_n i stycznej a_t , oraz radialnej a_r i transversalnej a_ϕ .

23. Ćma porusza się po krzywej, której długość s jest dana wzorem $s = s_0 \exp(ct)$, gdzie s_0 i c są stałe. Wiedząc, że wektor przyspieszenia $\mathbf{a}$ tworzy stały kąt ϕ ze styczną do tego toru w każdym punkcie, znaleźć wartość:

a) prędkości,

b) przyspieszenia stycznego,

c) przyspieszenia normalnego.

24. W czterech rogach kwadratowego pokoju o powierzchni a^2 siedzą cztery pająki. W pewnej chwili zaczynają się ścigać, tzn. poruszają się ze stałą prędkością v_0 skierowaną wzdłuż prostej łączącej danego pająka z poprzedzającym go pająkiem. Znaleźć:

a) równania określające ruch (położenie) dowolnego pająka,

b) czas ruchu,

c) równanie toru.

Zadanie rozwiązać w układzie biegunowym.

25. Ruch punktu materialnego opisują równania:

$r = r_0(1 - ct)$, $\phi = ct/(1 - ct)$, gdzie $r_0 = \text{const}$, $c = \text{const}$.

Znaleźć :

- a) tor punktu,
- b) składowe: radialną i transwersalną prędkości oraz wartość prędkości punktu,
- c) składowe: radialną i transwersalną przyspieszenia oraz wartość przyspieszenia punktu.

26. Ruch punktu materialnego po spirali hiperbolicznej, $r = c/\phi$, $c = \text{const}$, dany jest następującym równaniem $\phi = \phi_0 + \omega t$, gdzie $\phi_0 = \text{const}$ i $\omega = \text{const}$. Znaleźć wartość prędkości punktu i wartość jego przyspieszenia.

27. Ciało porusza się ruchem płaskim, przy czym prędkość polowa $\dot{A} = ar/2$, natomiast prędkość radialna $v_r = b$, gdzie a, b - stałe dodatnie. Znaleźć równania ruchu oraz równanie toru we współrzędnych biegunowych. Przyjąć warunki początkowe $\phi(0) = 0$, $r(0) = r_0$.

28. Wiedząc, że dla pewnego ruchu płaskiego spełnione są zależności $v_r = c$ (prędkość radialna), $a_r = -b^2/r^3$ (przyspieszenie radialne), gdzie b i c są stałymi dodatnimi, znaleźć:

- a) równania ruchu,
- b) równanie toru,
- c) wartość prędkości polowej.

Przyjąć, że w chwili początkowej $r(0) = r_0$, $\phi(0) = \phi_0$.

29. Ciało o masie m spada w polu grawitacyjnym Ziemi. Działa na nie również siła oporu powietrza, która jest proporcjonalna do prędkości ciała, $\mathbf{R} = -b\mathbf{v}$, gdzie b jest dodatnią stałą charakteryzującą opór ośrodka. Napisać równanie ruchu ciała, znaleźć jego prędkość po czasie t od momentu rozpoczęcia ruchu i przebytą w tym czasie drogę, jeśli $v(t=0) = 0$. Rozważyć granice $t \ll m/b$ i $t \rightarrow \infty$.

30. Ciało o masie m rzucono pionowo do góry z prędkością $v_0 = 0.5$ m/s. Zakładając, że siła oporu powietrza jest proporcjonalna do prędkości, obliczyć czas wznoszenia się ciała. Na jaką wysokość wzniesie się to ciało?

31. Rozwiązać zad. 29 i 30 z siłą oporu powietrza proporcjonalną do kwadratu prędkości, tzn. $\mathbf{R} = -bv\mathbf{v}$ ($R = bv^2$).