

SIŁY POTENCJALNE

1. Sprawdzić czy siła jest zachowawcza:

a) $\mathbf{F} = (2xz^2 - 2y, -2x - yz, 2x^2z - 3y^2)$, b) $\mathbf{F} = (x^2z, -xy, 5)$, c) $\mathbf{F} = (-yz, z - xz, y - xy)$.

2. Czy siła $\mathbf{F} = (yz, xz, xy)$ jest zachowawcza? Jeśli tak, to wyznacz jej energię potencjalną.

3. Siłą centralną nazywamy taką siłę, która jest stale skierowana ku pewnemu ustalonemu punktowi (centrum siły). Wybierzmy początek układu odniesienia w centrum siły. Jeżeli wartość siły zależy jedynie od odległości r od centrum siły, to możemy napisać

$$\mathbf{F} = -f(r) \frac{\mathbf{r}}{r}$$

gdzie $f(r)$ jest pewną funkcją odległości, a $\mathbf{r} = (x, y, z)$. Pokaż, że jest to siła potencjalna. Policz energię potencjalną siły centralnej, gdy $f(r) = \alpha/r^2$ oraz $f(r) = k^2r$, gdzie α i k są stałymi. Przy całkowaniu skorzystaj z tożsamości $\mathbf{r} \cdot d\mathbf{r} = dr^2/2$. Podaj przykłady sił centralnych.

4. Omówić siłę działającą na cząstkę w polu potencjału Lennarda-Jonesa

$$U(r) = 4\epsilon \left[(\sigma/r)^{12} - (\sigma/r)^6 \right]$$

Wskazówka: gradient we współrzędnych sferycznych $\nabla = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}$.

5. Pokaż, że siła $\mathbf{F} = -\text{grad } U$ jest ortogonalna do powierzchni ekwipotencjalnej $U(x, y, z) = \text{const}$.

6. Na cząstkę działa siła zachowawcza zadana jako $\mathbf{F} = (-Ax + Bx^2)\mathbf{i}$, gdzie A i B są stałymi, $\mathbf{i}$ jest wersorem osi X , a położenie x jest mierzone w metrach. Policzyć energię potencjalną U związaną z tą siłą, przyjmując $U = 0$ w $x = 0$. Znaleźć zmianę energii potencjalnej i energii kinetycznej, gdy cząstka jest przesunięta w polu siły $\mathbf{F}$ z $x = 2.0\text{m}$ do $x = 3.0\text{m}$.

7. Na cząstkę poruszającą się w płaszczyźnie XY działa siła $\mathbf{F} = (2y\mathbf{i} + x^2\mathbf{j})$, gdzie x i y są określone w metrach, a $\mathbf{i}$ i $\mathbf{j}$ są odpowiednio wersorami osi X i Y . Cząstka porusza się z początku układu współrzędnych do punktu o współrzędnych $x = 5.0\text{m}$ i $y = 5.0\text{m}$, jak na Rys. 3. Policzyć pracę wykonaną przez $\mathbf{F}$ wzdłuż drogi (a) OAC, (b) OBC, (c) OC. Czy jest to siła zachowawcza?

